Berufsmaturitätsschulen

Kanton Bern

Nachaufnahmeprüfung BM1 und BM2 2023

Lösungen Mathematik

Name ______________________ **Vorname** ______________________

Kand.-Nr. ______________________ **Prüfende Schule** ______________________

BM 1 Typ ______________________ **BM 2 Typ** ______________________

Datum Samstag, 13. Mai 2023

Zeit 75 Minuten

Hilfsmittel Schreibzeug, Geodreieck, Lineal, Zirkel,
Taschenrechner ohne CAS, ohne Solver-Funktion, nicht grafikfähig

Bemerkungen Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Schreiben Sie die Ergebnisse in die jeweiligen Kästchen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.

Aufgaben	Richtzeit	Bemerkungen	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	12 min		6	
2	12 min		6	
3	12 min		6	
4	12 min		6	
5	12 min		6	
6	12 min		6	
		Total	**36**	

Punkte	0-1.5	2-4.5	5-7.5	8-11	11.5-14	14.5-17.5	18-20.5	21-23.5	24-27	27.5-30	30.5-36
Note	**1**	**1.5**	**2**	**2.5**	**3**	**3.5**	**4**	**4.5**	**5**	**5.5**	**6**

Expert*innen ______________________ **Note** [ ]

Aufgabe 1

1 Punkt pro Teilaufgabe

1a) Schreiben Sie das Resultat als gewöhnlichen und vollständig gekürzten Bruch.
Ein schrittweiser Lösungsweg muss ersichtlich sein.

Lösungsweg	Resultat
$\frac{1}{3} + 32 : 4^2 = \frac{1}{3} + \frac{32}{16} = \frac{1}{3} + \frac{2}{1} = \frac{1}{3} + \frac{6}{3} = \underline{\underline{\frac{7}{3}}}$	$\frac{7}{3}$ oder $2\frac{1}{3}$
$\frac{7}{6} - \frac{2}{9} = \frac{21}{18} - \frac{4}{18} = \underline{\underline{\frac{17}{18}}}$	$\frac{17}{18}$

Pro korrekten Lösungsweg: **0.5 P**
Korrekte Resultate ohne Lösungswege: **0 P**

1b) Lösen Sie die Klammern auf und vereinfachen Sie so weit als möglich.

$$9b - \big(4b + 3(5-b)\big) = 9b - 4b - 15 + 3b = \underline{\underline{8b - 15}}$$

Korrektes Auflösen der Klammern: **0.5 P**
Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1b) $8b - 15$

1c) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie so weit als möglich.

$$(8k-3)(2+5k) = 16k + 40k^2 - 6 - 15k = \underline{\underline{40k^2 + k - 6}}$$

Korrektes Ausmultiplizieren: **0.5 P**
Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1c) $40k^2 + k - 6$

1d) Zerlegen Sie in ein Produkt.

$$9y^2 - 49 = \underline{\underline{(3y-7)(3y+7)}}$$

Korrekte Zerlegung: **1 P**
Alle falschen Zerlegungen (z.B. $(3y+7)(3y+7)$ oder $(3y-7)(3y-7)$): **0 P**

Lösung 1d) $(3y-7)(3y+7)$

1e) Kürzen Sie vollständig.

$$\frac{10x^2(x-8)}{5x(x-8)(2x-1)} = \frac{10x^2}{5x(2x-1)} = \underline{\underline{\frac{2x}{2x-1}}}$$

Korrektes aber unvollständiges Kürzen (z.B. $\frac{10x^2}{5x(2x-1)}$ oder $\frac{2x(x-8)}{(x-8)(2x-1)}$): **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1e) $\frac{2x}{2x-1}$

1f) Lösen Sie die Gleichung nach x auf und bestimmen Sie die Lösungsmenge in der Grundmenge $G = \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} 6x + 17 &= 3 - 7x \\ 13x &= -14 \\ x &= -\frac{14}{13} \approx -1.077 \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{-\frac{14}{13}\right\} \approx \{-1.077\}}}$$

Korrektes Umformen bis zur Gleichung $13x = -14$: **0.5 P**

Korrekte Lösung ($x = -\frac{14}{13} \approx -1.077$) oder korrekte Lösungsmenge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1f) $L = \left\{-\frac{14}{13}\right\} \approx \{-1.077\}$

Erreichte Punkte Aufgabe 1:

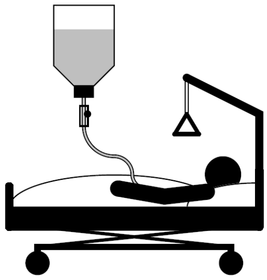
Aufgabe 2

2a)d): je 2 Punkte, 2b)c): je 1 Punkt

Patientin Aschwanden und Patientin Binggeli erhalten je eine Infusion. Mit den aufgeführten Funktionsgleichungen lassen sich in Abhängigkeit der Zeit (Einheit: h) die noch vorhandenen Flüssigkeitsvolumen (Einheit: dl) in den Infusionsflaschen berechnen.

Patientin Aschwanden: $V_A(t) = -0.27t + 3$

Patientin Binggeli: $V_B(t) = -0.54t + 5$



2a) Vervollständigen Sie die vier folgenden Sätze, so dass je eine wahre Aussage entsteht. Geben Sie die gesuchten Werte als Dezimalzahlen mit einer Nachkommastelle an.

- In der Infusionsflasche von Patientin Aschwanden sind zu Beginn $\boxed{3}$ dl enthalten.
  $V_A(0) = -0.27 \cdot 0 + 3 = \underline{\underline{3\text{ dl}}}$

- Nach 4 h sind in der Infusionsflasche von Patientin Aschwanden $\boxed{1.9}$ dl enthalten.
  $V_A(4) = -0.27 \cdot 4 + 3 = 1.92 \approx \underline{\underline{1.9\text{ dl}}}$

- Nach $\boxed{3.3}$ h sind in der Infusionsflasche von Patientin Aschwanden 2.1 dl enthalten.
  $2.1 = -0.27t + 3 \quad \Leftrightarrow \quad 0.27t = 0.9 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{10}{3} \approx \underline{\underline{3.3\text{ h}}}$

- Nach $\boxed{7.4}$ h ist in den Infusionsflaschen von Patientin Aschwanden und Patientin Binggeli das gleiche Flüssigkeitsvolumen enthalten.
  $-0.27t + 3 = -0.54t + 5 \quad \Leftrightarrow \quad 0.27t = 2 \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{200}{27} \approx \underline{\underline{7.4\text{ h}}}$

Korrekte Werte: je **0.5 P**

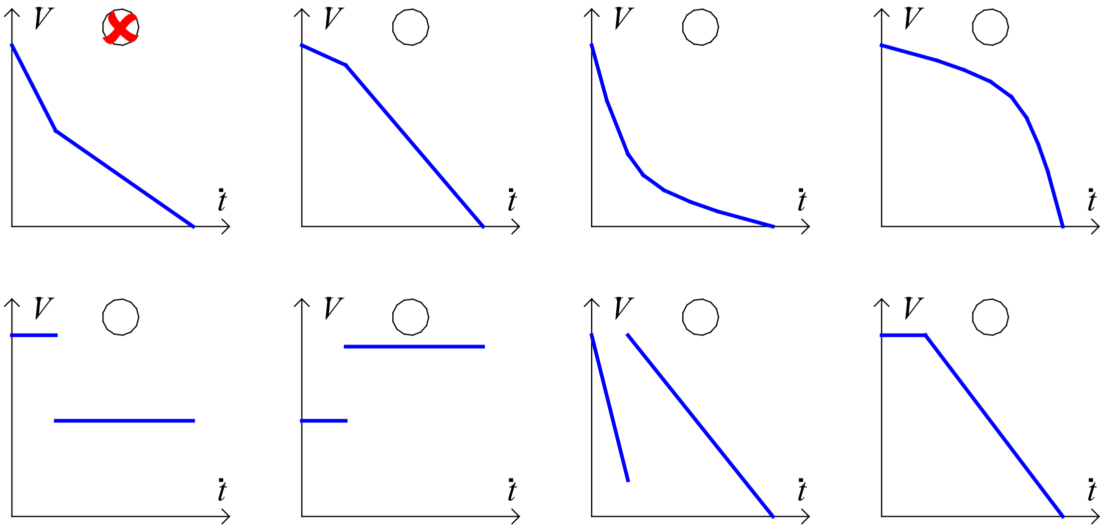
2b) Der Abflussregler bei der Infusionsflasche von Patientin Aschwanden wird zu Beginn so eingestellt, dass die Flüssigkeit **doppelt so schnell** abfliesst als dies durch die ursprüngliche Funktionsgleichung $V_A(t) = -0.27t + 3$ beschrieben wird. Geben Sie die Funktionsgleichung an, welche diese Situation beschreibt.

$V_{A'}(t) = \underline{\underline{-0.54t + 3}}$

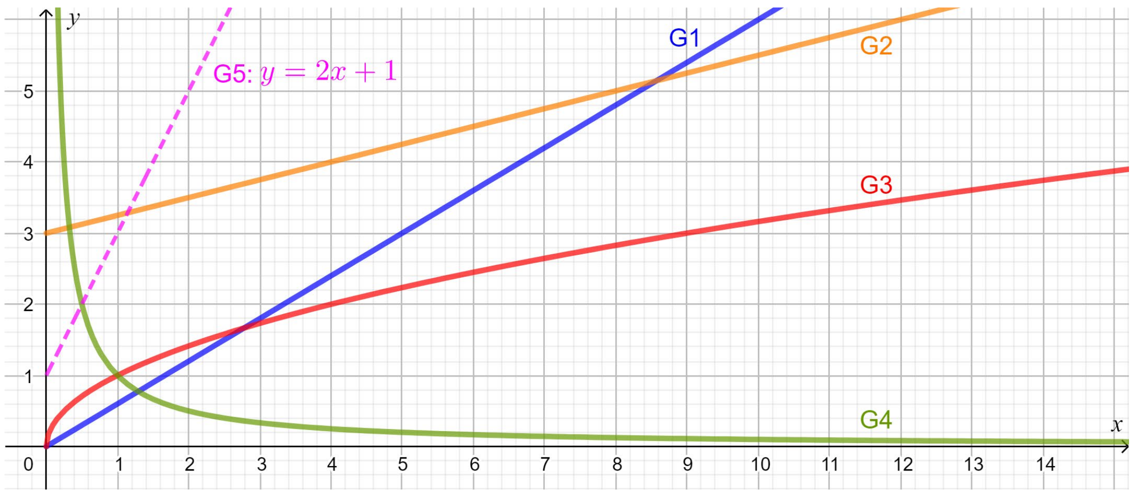
Korrekte Steigung und korrekter Ordinatenabschnitt: je **0.5 P**

Lösung 2b)	$V_{A'}(t) = -0.54t + 3$

2c) Der Abflussregler bei der Infusionsflasche von Patientin Binggeli wird nach $4\ \mathrm{h}$ neu eingestellt, so dass die Flüssigkeit ab diesem Zeitpunkt **langsamer** abfliesst. Durch welchen Graphen wird in Abhängigkeit der Zeit (t) das noch vorhandene Flüssigkeitsvolumen (Einheit: dl) in der Infusionsflasche dargestellt? Kreuzen Sie an.



2d) Weitere Prozesse aus dem Spitalalltag wurden modelliert und graphisch dargestellt. Ermitteln Sie zu den Graphen G1 bis G4 je die dazugehörige Koordinatengleichung analog zum pink (und gestrichelt) eingezeichneten Vorzeigebeispiel G5.



Korrekte Koordinatengleichungen: je **0.5 P**

Lösung 2d)

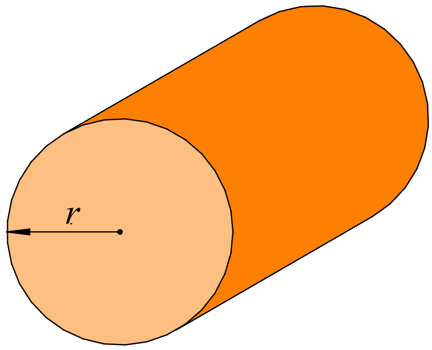
G1: $y = \frac{3}{5}x$	G2: $y = \frac{1}{4}x + 3$
G3: $y = \sqrt{x}$	G4: $y = \frac{1}{x}$

Erreichte Punkte Aufgabe 2:

Aufgabe 3

3a): 1 Punkt, 3b): 2 Punkte, 3c)-e): je 1 Punkt

3a) Das nebenstehende Bild zeigt ein Abwasserrohr, dessen Innenradius $r = 7$ cm beträgt. Aus diesem Rohrtyp wird zwischen einem Haus und einem Abwasserkanal eine geradlinige Abwasserleitung mit einer Länge von 23 m verlegt. Berechnen Sie das Fassungsvermögen der Abwasserleitung in der Einheit m^3. Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



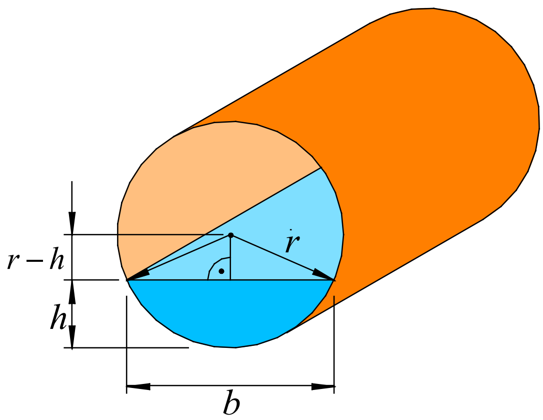
$V_{\text{Zylinder}} = \pi r^2 h = \pi \cdot 0.07^2 \cdot 23 \approx \underline{\underline{0.354\ \mathrm{m}^3}}$

Korrekte Formel: **0.5 P**

Korrektes Volumen: **1 P** (insgesamt)

Lösung 3a) $0.354\ \mathrm{m}^3$

3b) In einem Abwasserrohr ist der Wasserspiegel auf einer Höhe von $h = 4$ cm. Bestimmen Sie die Breite b des Wasserspiegels, wobei der Rohrinnenradius $r = 7$ cm beträgt. Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



Satz von Pythagoras:

$\frac{b}{2} = \sqrt{r^2 - (r-h)^2} = \sqrt{7^2 - 3^2} = \sqrt{40} \approx 6.325\ \mathrm{cm}$

Es folgt: $b \approx \underline{\underline{12.649\ \mathrm{cm}}}$

Einzeichnen des relevanten, gleichschenkligen Dreiecks: **0.5 P**

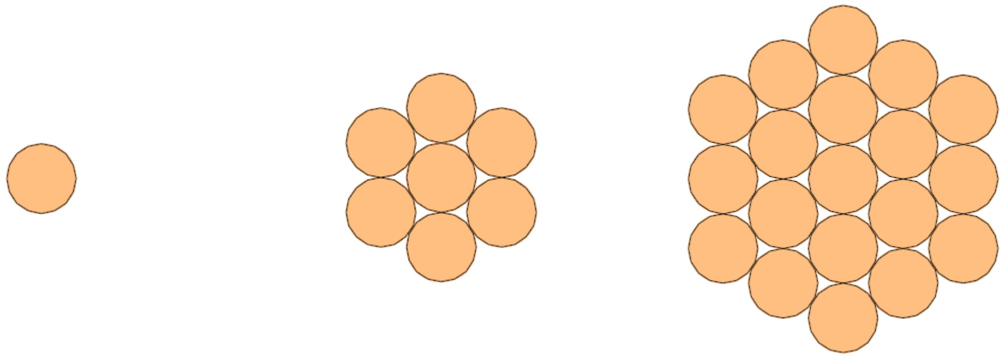
Korrekter Ansatz mit dem Satz von Pythagoras: **1 P** (insgesamt)

Korrekte halbe Breite: **1.5 P** (insgesamt)

Korrekte ganze Breite: **2 P** (insgesamt)

Lösung 3b) $12.649\ \mathrm{cm}$

Im Verkauf werden Abwasserrohre in Bünden verschiedener Grösse angeboten. In den folgenden Abbildungen ist der Querschnitt durch den jeweiligen Bund dargestellt:



Bund 1 Bund 2 Bund 3

3c) Wie viele Abwasserrohre enthält der Bund 4 **mehr als** der Bund 3?

Gesuchte Anzahl Abwasserrohre: $\underline{\underline{18}}$

Korrekte Anzahl Abwasserrohre: **1 P**

Lösung 3c) 18 Abwasserrohre

3d) Wie viele Abwasserrohre enthält der Bund 20 **mehr als** der Bund 19?

Gesuchte Anzahl Abwasserrohre: $\underline{\underline{114}}$

Korrekte Anzahl Abwasserrohre: **1 P**

Lösung 3d) 114 Abwasserrohre

3e) Wie viele Abwasserrohre enthält der Bund x **mehr als** der Bund $x-1$?

Gesuchter Term: $\underline{\underline{6(x-1)=6x-6}}$

Korrekter Term: **1 P**

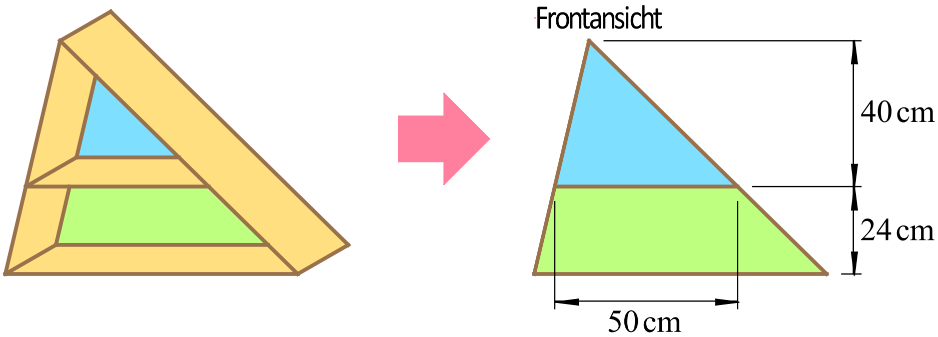
Lösung 3e) $6x-6$ Abwasserrohre

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

Aufgabe 4

1 Punkt pro Teilaufgabe

Von einem Designerregal mit zwei parallelen Tablaren sind die folgenden Abmessungen bekannt:



4a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt (Einheit: cm^2) der blauen Rückwand.

$A_{\text{blau}} = \frac{1}{2} \cdot 50 \cdot 40 = \underline{\underline{1000\ \text{cm}^2}}$

Korrekte Formel: **0.5 P**

Korrekter Flächeninhalt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4a) $1000\ \text{cm}^2$

4b) Bestimmen Sie die Länge des unteren Tablars (Einheit: cm).

Die blaue Rückwand ist ähnlich zur gesamten Rückwand:

$\frac{x}{40+24} = \frac{50}{40} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{x}{64} = \frac{5}{4} \quad \Leftrightarrow \quad x = 80$

Gesuchte Tablarlänge: $\underline{\underline{80\ \text{cm}}}$

Korrekter Ansatz via Ähnlichkeit/Strahlensatz: **0.5 P**

Korrekte Tablarlänge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4b) $80\ \text{cm}$

4c) Um welchen Faktor muss die blaue Rückwand gestreckt werden, damit die gesamte Rückwand entsteht?

$\frac{\text{Höhe}_{\text{gesamt}}}{\text{Höhe}_{\text{blau}}} = \frac{40+24}{40} = \frac{64}{40} = \underline{\underline{\frac{8}{5}}} = \underline{\underline{1.6}}$

Korrekter Streckfaktor: **1 P**

Lösung 4c) $\frac{8}{5}$

4d) Bestimmen Sie den Flächeninhalt (Einheit: cm^2) der grünen Rückwand.

Mit Aufg. 4b):

$A_{\text{grün}} = A_{\text{Rückwand}} - A_{\text{blau}} = \frac{1}{2} \cdot 80 \cdot 64 - 1000 = 2560 - 1000 = \underline{\underline{1560\ \mathrm{cm}^2}}$

$A_{\text{grün}} = A_{\text{Trapez}} = \frac{50+80}{2} \cdot 24 = \underline{\underline{1560\ \mathrm{cm}^2}}$

Mit Aufg. 4c):

$A_{\text{grün}} = A_{\text{Rückwand}} - A_{\text{blau}} = \left(\frac{64}{40}\right)^2 \cdot A_{\text{blau}} - A_{\text{blau}} = \frac{64}{25} \cdot A_{\text{blau}} - A_{\text{blau}} = \underline{\underline{1560\ \mathrm{cm}^2}}$

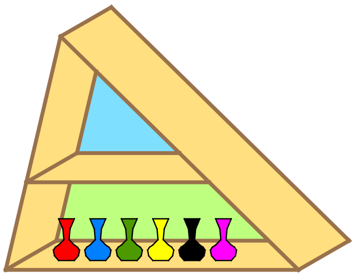
Korrekter Ansatz ($A_{\text{grün}} = A_{\text{Rückwand}} - A_{\text{blau}}$ bzw. A_{Trapez}): **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Folgefehler aus 4b)c) sind zu beachten!

Lösung 4d) | $1560\ \mathrm{cm}^2$

4e) Auf dem unteren Tablar werden 6 verschiedenfarbige Minivasen aufgestellt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, die 6 Minivasen von links nach rechts in Reihe zu stellen?

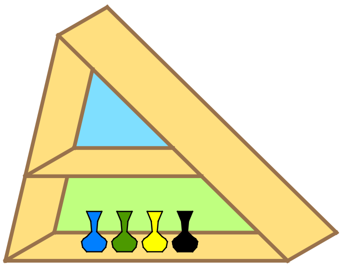


Anzahl Möglichkeiten: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = \underline{\underline{720}}$

Korrektes Ergebnis: **1 P**

Lösung 4e) | 720 Möglichkeiten

4f) Von 6 verschiedenfarbigen Minivasen werden 4 auf dem unteren Tablar von links nach rechts in Reihe gestellt. Wie viele Möglichkeiten gibt es, auf diese Art das untere Tablar zu belegen?



Anzahl Möglichkeiten: $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = \underline{\underline{360}}$

Korrektes Ergebnis: **1 P**

Lösung 4f) | 360 Möglichkeiten

Erreichte Punkte Aufgabe 4: |

Aufgabe 5

5a)b): je 2 Punkte, 5c)d): je 1 Punkt

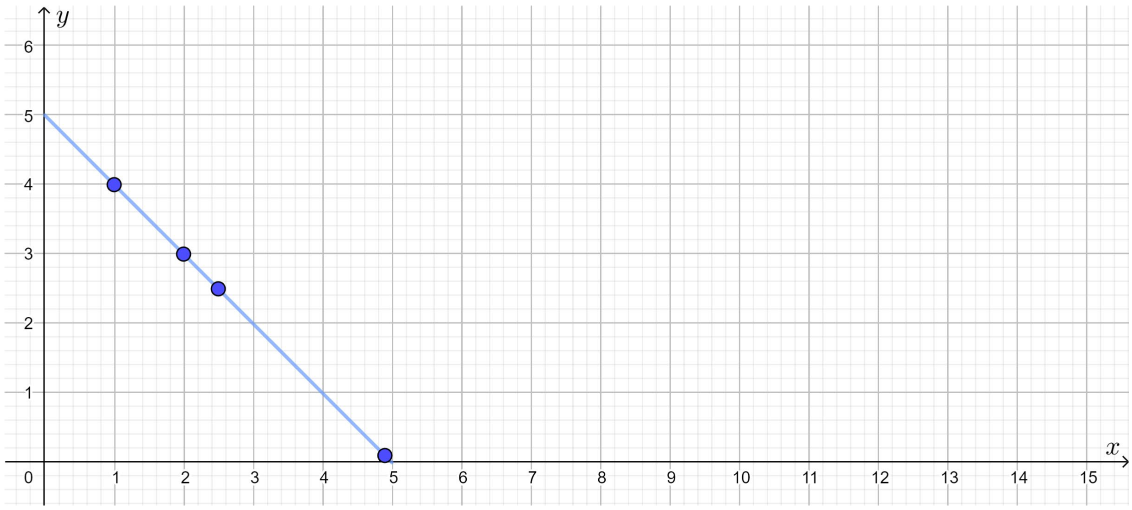
In einem Rechteck mit der Breite x (in cm) und der Länge y (in cm) beträgt der Umfang konstant $10\ \mathrm{cm}$.
Die Breite x ändert sich.

5a) Untersuchen Sie, wie die Länge y von der sich ändernden Breite x abhängt und notieren Sie die Ergebnisse in untenstehender Wertetabelle.

Breite x	1	2	2.5	4.9
Länge y	4	3	2.5	0.1

Korrekte Längen: je **0.5 P**

5b) Tragen Sie die in Aufgabe 5a) bestimmten Punkte im Koordinatensystem ein und zeichnen Sie den Graphen.



Korrekt eingetragene Punkte: **1 P** (Folgefehler aus Aufg. 5a) sind zu beachten!)
Korrekter Graph: **2 P** (insgesamt)

5c) Finden Sie eine Formel, welche die Länge y in Abhängigkeit der Breite x ausdrückt.

Gesuchte Formel: $\underline{\underline{y = 5 - x}}$

Korrekte Formel: **1 P**

Lösung 5c) $y = 5 - x$

5d) Kreuzen Sie sämtliche wahren Aussagen an.

☐ Bei konstantem Umfang bleibt auch der Flächeninhalt konstant.
☐ Die Breite x ist indirekt proportional zur Länge y.
☐ Wird die Breite x halbiert, so wird die Länge y verdoppelt.
☒ Wird die Breite x um 1 cm verkürzt, so wird die Länge y um 1 cm verlängert.

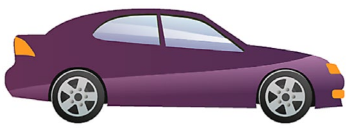
Vier korrekte Entscheide: **1 P**
Drei korrekte Entscheide: **0.5 P**
Sonst: **0 P**

Erreichte Punkte Aufgabe 5:

Aufgabe 6

6a)d): je 2 Punkte, 6b)c): je 1 Punkt

Verschiedene Verkehrsmittel werden betrachtet:



6a) Die Grössen von verschiedenen Merkmalen einzelner Verkehrsmittel sind gegeben.

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um.

Merkmal	Grösse	Umwandlung
Laderaum eines Güterwagens	$35.8\ \mathrm{m}^3$	$35'800\ \mathrm{dm}^3$
Flächeninhalt einer Autowindschutzscheibe	$11'700\ \mathrm{cm}^2$	$1.17\ \mathrm{m}^2$

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um und geben Sie das Resultat in der anderen Schreibweise an.

Merkmal	Dezimalzahl	**Wissenschaftliche Schreibweise**
Masse eines Güterzuges	1625 Tonnen	$1.625 \cdot 10^6\ \mathrm{kg}$
Durchmesser einer Velospeiche	$0.15\ \mathrm{cm}$	$1.5 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}$

Korrekte Resultate: je **0.5 P**

In einem Betrieb wird abgeklärt, ob in eine firmeneigene Veloflotte investiert werden soll. Dazu wurde abteilungsweise erhoben, wie die Mitarbeiter:innen ihren Arbeitsweg absolvieren.

Abteilung	Auto a	ÖV b	Velo c	Anteil Velo in % p
Produktion	135	111	54	18.00
Informatik	16	12	4	12.50
Verkauf	57	14	9	11.25

6b) Bestimmen Sie für den ganzen Betrieb den Anteil in Prozent der Mitarbeiter:innen, welche mit dem Velo zur Arbeit fahren. Geben Sie den gesuchten Anteil in Prozent mit einer Nachkommastelle an.

Anzahl Mitarbeiter:innen: 412
Anzahl Velofahrer:innen: 67
Gesuchter Anteil: $\frac{67}{412} \approx 0.163 = \underline{\underline{16.3\%}}$

Korrektes Vorgehen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 6b) 16.3%

6c) In der Tabelle mit den erhobenen Daten wurde in der hintersten Spalte für die jeweilige Abteilung der Anteil in Prozent der Mitarbeiter:innen berechnet, welche ihren Arbeitsweg mit dem Velo absolvieren. Geben Sie eine Formel an, mit welcher sich dieser Anteil p (in %) in Abhängigkeit der Variablen a, b und c berechnen lässt.

Gesuchte Formel: $\underline{\underline{p = \frac{c}{a+b+c} \cdot 100}}$

Korrekter Anteil (ohne Faktor 100): **0.5 P**
Korrekte Formel: **1 P** (insgesamt)
Bemerkung: Korrekte, nicht vereinfachte Formeln (z.B. $\frac{\frac{c}{a+b+c}}{100}$) geben den ganzen Punkt.

Lösung 6c) $p = \frac{c}{a+b+c} \cdot 100$

6d) Begründen Sie die folgende wahre Aussage rechnerisch:

„Die Informatiker:innen bevorzugen für ihren Arbeitsweg das Auto stärker als die Mitarbeiter:innen aus der Produktion."

Anteil Autofahrer:innen in der Abteilung Informatik: $\frac{16}{16+12+4} = \frac{16}{32} = 0.5 = 50\%$
Anteil Autofahrer:innen in der Abteilung Produktion: $\frac{135}{135+111+54} = \frac{135}{300} = 0.45 = 45\%$
Der Anteil der Autofahrer:innen in der Abteilung Informatik ist grösser.

Erkennen der relevanten Anteile: **1 P**
Korrekte Anteile: **2 P** (insgesamt)

Erreichte Punkte Aufgabe 6: