Berufsmaturitätsschulen

Kanton Bern

Nachaufnahmeprüfung BM1 und BM2 2021

Lösungen Mathematik

Name		**Vorname**	
Kand.-Nr.		**Prüfende Schule**	
BM 1 Typ		**BM 2 Typ**	

Datum Samstag, 8. Mai 2021

Zeit 75 Minuten

Hilfsmittel Schreibzeug, Geodreieck, Lineal, Zirkel,
Taschenrechner ohne CAS, ohne Solver-Funktion, nicht grafikfähig

Bemerkungen Die Aufgaben sind unter Angabe aller Berechnungen und Begründungen direkt auf diese Blätter zu lösen. Schreiben Sie die Ergebnisse in die jeweiligen Kästchen. Achten Sie auf eine saubere Darstellung. Die Seiten 14-16 stehen Ihnen bei Platzmangel zusätzlich zur Verfügung.

Aufgaben	Richtzeit	Bemerkungen	Maximale Punktzahl	Erreichte Punktzahl
1	12 min		6	
2	12 min		6	
3	12 min		6	
4	12 min		6	
5	12 min		6	
6	12 min		6	
		Total	**36**	

Punkte	0-1.5	2-5	5.5-8.5	9-12.5	13-16	16.5-19.5	20-23	23.5-26.5	27-30.5	31-34	34.5-36
Note	**1**	**1.5**	**2**	**2.5**	**3**	**3.5**	**4**	**4.5**	**5**	**5.5**	**6**

Expert*innen ______________________ **Note**

Aufgabe 1

1a)-d): je 1 Punkt, 1e): 2 Punkte

1a) Schreiben Sie das Resultat als gewöhnlichen und vollständig gekürzten Bruch.
Ein schrittweiser Lösungsweg muss ersichtlich sein.

$$\frac{1}{6}+4:\frac{15}{2}=\frac{1}{6}+\frac{4}{1}\cdot\frac{2}{15}=\frac{1}{6}+\frac{8}{15}=\frac{5}{30}+\frac{16}{30}=\frac{21}{30}=\underline{\underline{\frac{7}{10}}}$$

Korrekt ausgeführte Division: **0.5 P**
Korrekt ausgeführte Addition: **0.5 P**
Abzug bei nicht vollständig gekürztem Schlussresultat: **0.5 P**

Lösung 1a) $\boxed{\frac{7}{10}}$

1b) Multiplizieren Sie aus und vereinfachen Sie.

$$(7+3h)(2h-3)=14h-21+6h^2-9h=\underline{\underline{6h^2+5h-21}}$$

Korrektes Ausmultiplizieren: **0.5 P**
Korrektes Vereinfachen: **0.5 P**
Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1b) $\boxed{6h^2+5h-21}$

1c) Zerlegen Sie in ein Produkt.

$$a^2-22a-48=\underline{\underline{(a+2)(a-24)}}$$

Korrekter Zweiklammeransatz $(a+\ldots)(a-\ldots)$: **0.5 P**
Korrekte Zerlegung: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1c) $\boxed{(a+2)(a-24)}$

1d) Kürzen Sie vollständig.

$$\frac{b^3-5b^2w}{b^2-10bw+25w^2}=\frac{b^2(b-5w)}{(b-5w)^2}=\underline{\underline{\frac{b^2}{b-5w}}}$$

Korrektes Zerlegen von Zähler und/oder Nenner: **0.5 P**

Korrektes Kürzen: **0.5 P**

Korrektes Ergebnis: **1 P** (insgesamt)

Lösung 1d) $\frac{b^2}{b-5w}$

1e) Lösen Sie die Gleichung nach x auf und bestimmen Sie die Lösungsmenge in der Grundmenge $G=\mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} 7-3(2x-5) &= 5(2x+1)-8x \\ 7-6x+15 &= 10x+5-8x \\ 22-6x &= 2x+5 \\ 17 &= 8x \\ \frac{17}{8} &= x \\ 2.125 &= x \end{aligned}$$

$$\underline{\underline{L=\left\{\frac{17}{8}\right\}=\{2.125\}}}$$

Beidseitig korrektes Ausmultiplizieren und Vereinfachen: **1 P**

Korrektes Auflösen: **1 P**

Korrekte Lösung ($x=2.125$) oder korrekte Lösungsmenge: **2 P** (insgesamt)

Lösung 1e) $L=\left\{\frac{17}{8}\right\}=\{2.125\}$

Erreichte Punkte Aufgabe 1:

Aufgabe 2

2a)-d): je 1 Punkt, 2e): 2 Punkte

Eine Schweizer Bank berechnet die Kosten für eine Bankkarte wie folgt: Für das Ausstellen der Bankkarte wird eine Grundgebühr von $\text{CHF } 25.-$ verrechnet. Jeder Bargeldbezug an einem Bankomaten kostet $\text{CHF } 3.20$.

2a) Nach welcher Anzahl Bargeldbezüge an einem Bankomaten steigen die Kosten für die Bankkarte erstmals über $\text{CHF } 100.-$.

Anzahl Bargeldbezüge: x

Gleichung für die Kosten: $3.2x + 25 > 100 \quad \Leftrightarrow \quad 3.2x > 75 \quad \Leftrightarrow \quad x > 23.4375$

Gesuchte Anzahl Bargeldbezüge: $\underline{\underline{24}}$

Zielführende Strategie (via Gleichung oder sonst): **0.5 P**

Korrekte Anzahl Bargeldbezüge: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2a) 24

2b) Geben Sie einen Term an, welcher aus der Anzahl Bargeldbezüge x an einem Bankomaten die Kosten y (in CHF) der Bankkarte berechnet.

Gesuchter Term: $\underline{\underline{3.2x + 25}}$

Korrekter Term: **1 P**

Lösung 2b) $y = 3.2x + 25$

In der Bank werden Einfrankenmünzen in Münzrollen verpackt.
Jede Münze kann entweder mit der Zahl nach oben oder nach unten in die Rolle eingefüllt werden.

2c) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die ersten 3 Münzen in die Münzrolle einzufüllen?

Gesuchte Anzahl Möglichkeiten: $2^3 = \underline{\underline{8}}$

Zielführende Strategie: **0.5 P**

Korrekte Anzahl Möglichkeiten: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2c) 8

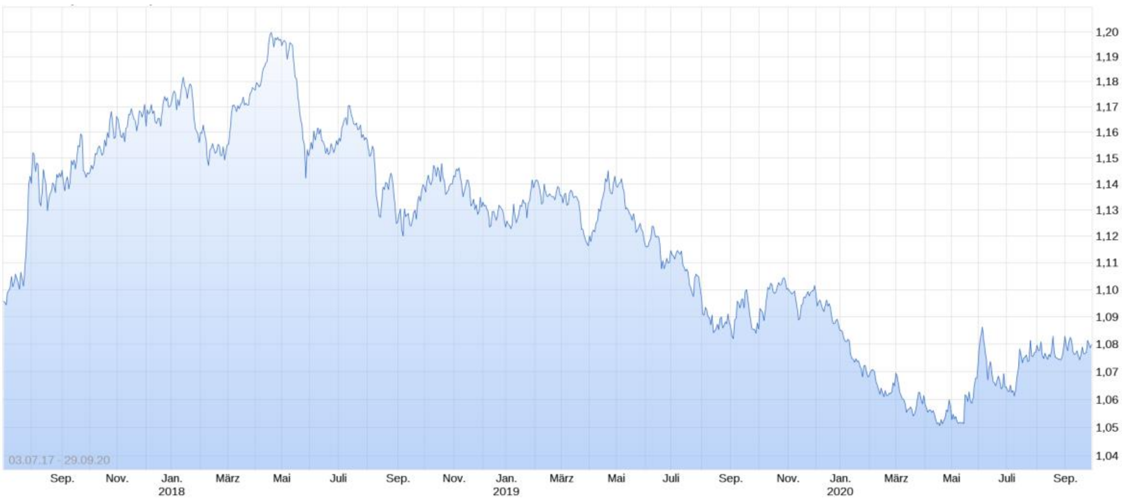
2d) Wie viele Möglichkeiten gibt es, die ersten 6 Münzen in die Münzrolle einzufüllen?

Gesuchte Anzahl Möglichkeiten: $2^6 = \underline{\underline{64}}$

Zielführende Strategie: **0.5 P**
Korrekte Anzahl Möglichkeiten: **1 P** (insgesamt)

Lösung 2d)	64

2e) Eine Bank in der Schweiz hat im Mai 2018 und im Mai 2020 je 50 Bürotische bei einer Firma in Deutschland eingekauft. Die deutsche Firma verkaufte die 50 Bürotische beide Male zum gleichen Preis von 14450 €. Begründen Sie, in welchem Jahr die Bank die 50 Bürotische günstiger erwerben konnte, indem Sie den jeweiligen Kaufpreis (in CHF) zu den beiden Daten angeben. Beziehen Sie in Ihrer Begründung das folgende Diagramm zu den Wechselkursen mit ein. Auf der vertikalen Achse ist der Wert von 1 € in CHF abgetragen.



	Kurse	Preise für 50 Bürotische
Mai 2018	$1€ \approx 1.2\mathrm{CHF}$	$14450€ \approx 14450 \cdot 1.2\mathrm{CHF} = 17340\mathrm{CHF}$
Mai 2020	$1€ \approx 1.06\mathrm{CHF}$	$14450€ \approx 14450 \cdot 1.06\mathrm{CHF} = 15317\mathrm{CHF}$

Im $\underline{\underline{\text{Jahr } 2020}}$ konnten die 50 Bürotische günstiger erworben werden.

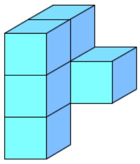
Korrektes Erkennen/Herauslesen/Einzeichnen der relevanten Kurse: **1 P**
Korrekte Begründung via «korrekte» Kaufpreise: **2 P** (insgesamt)

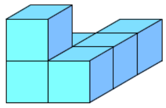
Erreichte Punkte Aufgabe 2:	

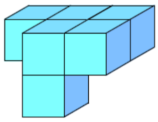
Aufgabe 3

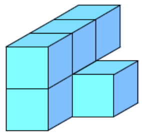
3a)b): je 2 Punkte, 3c)d): je 0.5 Punkte, 3e): 1 Punkt

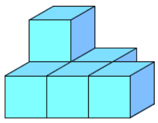
3a) Die abgebildeten Körper sind aus Würfeln aufgebaut. Jeder Körper der linken Spalte ist identisch zu genau einem Körper der rechten Spalte. Bestimmen Sie die vier Paare von identischen Körpern.

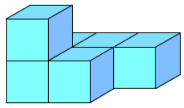

K1

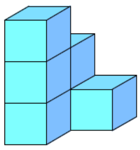
A


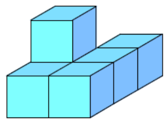

K2

B



K3

C



K4

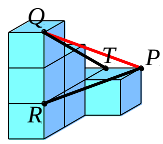
D


Lösung 3a)

K1 ist identisch zu D
K2 ist identisch zu B
K3 ist identisch zu A
K4 ist identisch zu C

Pro korrektes Paar: **0.5 P**

3b) Der abgebildete Körper ist aus Würfeln mit der Seitenlänge $s = 1$ cm aufgebaut. Bestimmen Sie die Länge der Strecke $\overline{PQ}$.
Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



$$\overline{QT} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3.606 \text{ cm}, \ \overline{PQ} = \sqrt{\left(\sqrt{13}\right)^2 + 1^2} = \sqrt{14} \approx \underline{\underline{3.742 \text{ cm}}}$$

oder:

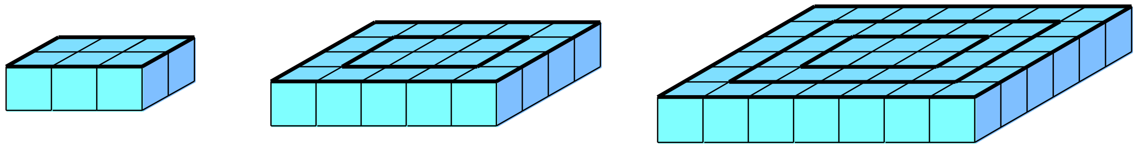
$$\overline{PR} = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10} \approx 3.162 \text{ cm}, \ \overline{PQ} = \sqrt{\left(\sqrt{10}\right)^2 + 2^2} = \sqrt{14} \approx \underline{\underline{3.742 \text{ cm}}}$$

Korrektes Streckenlänge $\overline{QT}$ oder $\overline{PR}$: **1 P**
Korrektes Streckenlänge $\overline{PQ}$: **2 P** (insgesamt)

Lösung 3b)

3.742 cm

Tag für Tag werden Granitwürfel gemäss den folgenden Skizzen zu einem rechteckigen Platz gepflastert:



nach Tag 1 nach Tag 2 nach Tag 3

3c) Aus wie vielen Granitwürfeln besteht der Platz nach Tag 4?

Gesuchte Anzahl Granitwürfel: $9 \cdot 8 = \underline{\underline{72}}$

Korrekte Anzahl Granitwürfel: **0.5 P**

Lösung 3c) 72 Granitwürfel

3d) Aus wie vielen Granitwürfeln besteht der Platz nach Tag 8?

Gesuchte Anzahl Granitwürfel: $17 \cdot 16 = \underline{\underline{272}}$

Korrekte Anzahl Granitwürfel: **0.5 P**

Lösung 3d) 272 Granitwürfel

3e) Aus wie vielen Granitwürfeln besteht der Platz nach Tag x?

Gesuchter Term: $\underline{\underline{(2x+1) \cdot 2x}} = \underline{\underline{4x^2 + 2x}}$

Korrekter Term: **1 P**

Lösung 3e) $(2x+1) \cdot 2x$ Granitwürfel

Erreichte Punkte Aufgabe 3:

Aufgabe 4

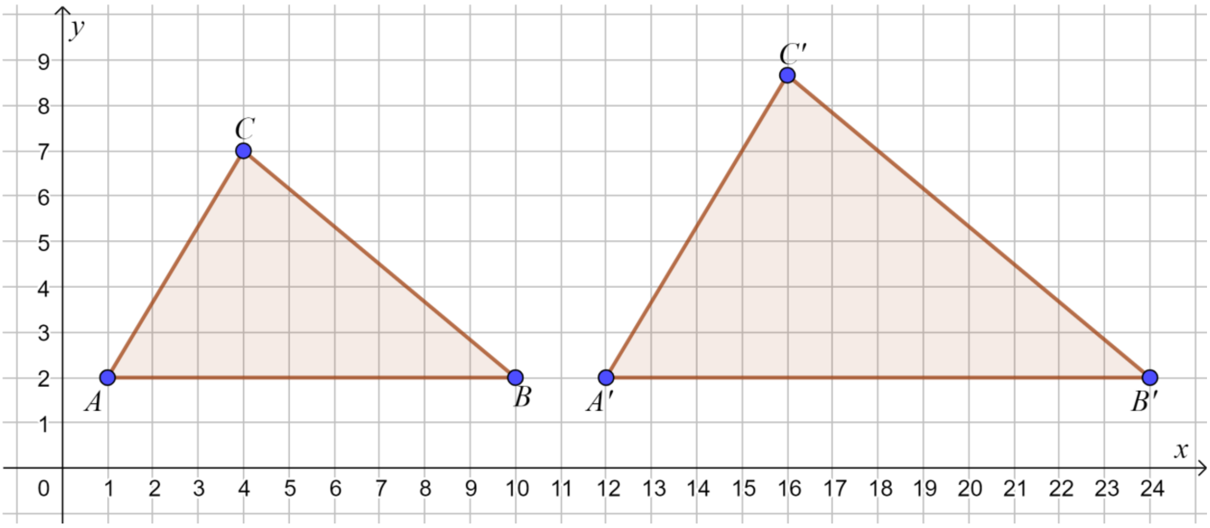
4a)-d): je 1 Punkt, 4e): 2 Punkte

Im abgebildeten Koordinatensystem wird das Dreieck ABC so mit dem Streckfaktor $k = \frac{4}{3}$ gestreckt, dass das Bilddreieck $A'B'C'$ entsteht. Die Koordinaten der folgenden Punkte sind gegeben:

$A = (1|2)$, $B = (10|2)$, $C = (4|7)$

$A' = (12|2)$, $B' = (24|2)$

Häuschenlänge/-breite: 1 cm



Geben Sie die Resultate als Dezimalzahlen mit drei Nachkommastellen an.

4a) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks ABC.

Gesuchter Flächeninhalt (in cm^2): $A_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 5 = \underline{\underline{22.5}}$

Korrekte Flächenformel: **0.5 P**, Korrekter Flächeninhalt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4a) $22.5\ \mathrm{cm}^2$

4b) Bestimmen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks $A'B'C'$.

Gesuchter Flächeninhalt (in cm^2): $A_{A'B'C'} = A_{ABC} \cdot k^2 = 22.5 \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^2 = \underline{\underline{40}}$

Korrekte Strategie: **0.5 P**, Korrekter Flächeninhalt: **1 P** (insgesamt)

Lösung 4b) $40\ \mathrm{cm}^2$

4c) Bestimmen Sie die Koordinaten des Punktes C'.

Gesuchter Punkt: $\underline{\underline{C' = \left(16\middle|\frac{26}{3}\right) \approx (16|8.667)}}$, Pro korrekte Koordinate: **0.5 P**

Lösung 4c) $C' = \left(16\middle|\frac{26}{3}\right) \approx (16|8.667)$

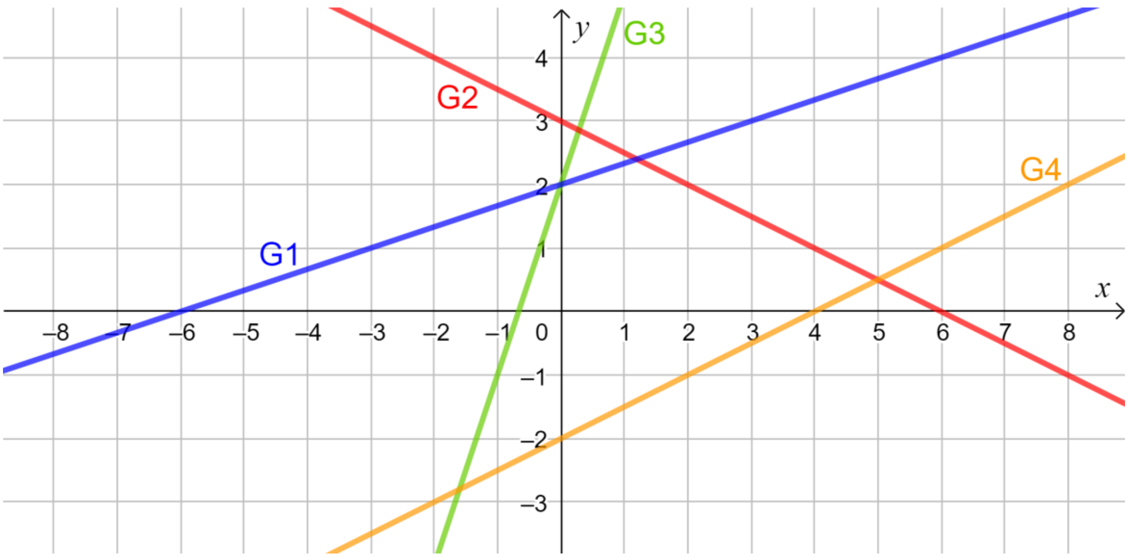
4d) Vom Quadrat $PQRS$ sind die Eckpunkte $P = (-6|5)$, $Q = (34|1)$ und $R = (38|41)$ gegeben. Bestimmen Sie die Koordinaten des Eckpunktes S.

Der Punkt $Q = (34|1)$ kann durch die Abfolge einer Verschiebung in x-Richtung um 4 Einheiten und einer Verschiebung in y-Richtung um 40 Einheiten auf den Punkt $R = (38|41)$ abgebildet werden.
Die gleichen Verschiebungen führen den Punkt $P = (-6|5)$ in den Punkt S über.
Es folgt: $\underline{\underline{S = (-2|45)}}$

Pro korrekte Koordinate: **0.5 P**

Lösung 4d)	$S = (-2|45)$

4e) Im abgebildeten Koordinatensystem sind die Funktionsgraphen G1 bis G4 gegeben. Ordnen Sie in der untenstehenden Tabelle jedem Funktionsgraphen die entsprechende Funktionsgleichung durch Ankreuzen zu.



	$f(x) = 2x + \frac{1}{3}$	$f(x) = 2x - 3$	$f(x) = 3x - 2$	$f(x) = 3x + 2$	$f(x) = \frac{1}{3}x + \frac{1}{2}$	$f(x) = \frac{1}{3}x + 2$	$f(x) = \frac{1}{2}x - 2$	$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$	$f(x) = \frac{2}{3}x - 3$	$f(x) = \frac{2}{3}x + 3$
G1	○	○	○	○	○	⊙	○	○	○	○
G2	○	○	○	○	○	○	○	⊙	○	○
G3	○	○	○	⊙	○	○	○	○	○	○
G4	○	○	○	○	○	○	⊙	○	○	○

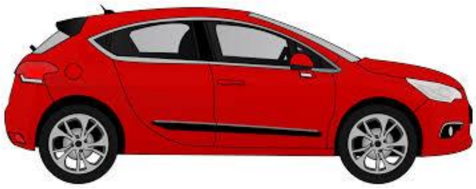
Pro korrekte Zuordnung: **0.5 P**

Erreichte Punkte Aufgabe 4:	

Aufgabe 5

5a): 4 Punkte, 5b): 2 Punkte

5a) Auf einem grossen Parkplatz sind Velos und Autos parkiert. Es darf davon ausgegangen werden, dass jedes Velo genau zwei Räder und jedes Auto genau vier Räder hat. An vier Wochentagen werden die Anzahl parkierter Fahrzeuge erfasst und in den untenstehenden Texten beschrieben. Der Zufall will es, dass an jedem Wochentag immer genau 420 Räder auf dem Platz vorhanden sind.



Montag
Auf dem Platz sind gleich viele Velos wie Autos parkiert.

Dienstag
Die Anzahl der parkierten Autos ist 3-mal so gross wie die Anzahl der parkierten Velos.

Mittwoch
Auf dem Platz sind 3 Autos mehr vorhanden als Velos.

Donnerstag
Die Anzahl Autos ist um 3 kleiner als die Hälfte der Anzahl Velos.

Die Variable x steht für die Anzahl Velos.
Ordnen Sie jedem Text die entsprechende Gleichung durch Ankreuzen zu.

	$x+x=420$	$2x+4x=420$	$2x+4\cdot 3x=420$	$2\cdot 3x+4x=420$	$2\cdot\frac{1}{3}x+4x=420$	$x+(x+3)=420$	$2x+4(x+3)=420$	$2(x-3)+4x=420$	$2\cdot\frac{1}{2}x+4(x-3)=420$	$2x+4(\frac{1}{2}x-3)=420$
Montag	○	◉	○	○	○	○	○	○	○	○
Dienstag	○	○	◉	○	○	○	○	○	○	○
Mittwoch	○	○	○	○	○	○	◉	○	○	○
Donnerstag	○	○	○	○	○	○	○	○	○	◉

Pro korrekte Zuordnung: **1 P**

5b) Am Montag radelt Frau Berger jeweils mit dem Velo zur Arbeit und braucht dazu $0.5\ \mathrm{h}$.
Am Dienstag legt sie den gleichen Arbeitsweg mit dem Auto in $0.2\ \mathrm{h}$ zurück.
Die Durchschnittsgeschwindigkeit am Montag ist $28\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ kleiner als am Dienstag.
Mit welcher Durchschnittsgeschwindigkeit radelt Frau Berger am Montag zur Arbeit?
Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.

	Zeit (in h)	Durchschnittsgeschwindigkeit (in $\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$)	Arbeitsweg (in km)
Montag (Velo)	0.5	v	$0.5v$
Dienstag (Auto)	0.2	$v+28$	$0.2(v+28)$

Gleichung für den Arbeitsweg:

$$\begin{aligned} 0.5v &= 0.2(v+28) \\ 0.5v &= 0.2v+5.6 \\ 0.3v &= 5.6 \\ v &\approx 18.667 \end{aligned}$$

Gesucht Geschwindigkeit: $\underline{\underline{18.667\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}}}$

Herausfiltern und Darstellen der relevanten Grössen: **0.5 P**
Variablendefinition inkl. Zusammenhang zwischen den Geschwindigkeiten: **1 P** (insgesamt)
Korrekte Gleichung: **1.5 P** (insgesamt)
Korrekte Geschwindigkeit: **2 P** (insgesamt)

Lösung 5b)	$18.667\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$
Erreichte Punkte Aufgabe 5:	

Aufgabe 6

6a)d): je 2 Punkte, 6b)c): je 1 Punkt

Für die folgenden Aufgaben werden Rädli-Biskuits betrachtet:

6a) Die Grössen von verschiedenen Merkmalen von Rädli-Biskuits sind gegeben.

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um.

Merkmal	Grösse	Umwandlung
Masse einer Packung	$210000\ \text{mg}$	$0.21\ \text{kg}$
Volumen einer Packung	$0.4787\ \text{dm}^3$	$478.7\ \text{cm}^3$
Dichte in der Packung	$0.439\ \text{t/m}^3$	$0.000439\ \text{t/dm}^3$

Wandeln Sie in die vorgegebene Einheit um und geben Sie das Resultat in der anderen Schreibweise an.

Merkmal	Dezimalzahl	**Wissenschaftliche Schreibweise**
Backzeit	$0.2\ \text{h}$	$7.2 \cdot 10^2\ \text{sec}$
Oberfläche einer Packung	$43600\ \text{mm}^2$	$4.36 \cdot 10^{-2}\ \text{m}^2$
Energie	$4250\ \text{kJ}$	$4.25 \cdot 10^6\ \text{J}$

Pro Tabelle:

3 korrekte Resultate: **1 P**, 2 korrekte Resultate: **0.5 P**, sonst: **0 P**

6b) Eine Packung Rädli-Biskuits kostet normalerweise CHF 1.90. Im momentanen Wochenangebot wird der Preis um 50% reduziert. Wie viel kostet die Packung in dieser Woche?

Gesuchter Preis (in CHF): $1.90 \cdot 0.5 = \underline{\underline{0.95}}$

Korrekter Preis: **1 P**

Lösung 6b)	CHF 0.95

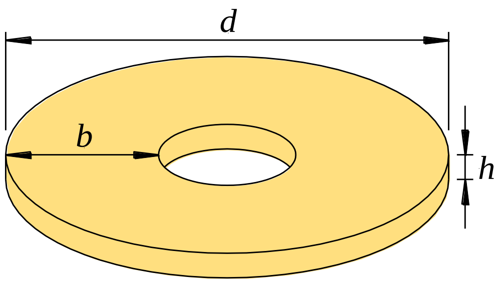
6c) Eine Packung Rädli-Biskuits kostet normalerweise CHF 1.90. Eine Verkaufsstelle bietet im Sparangebot drei Packungen zu einem Preis von CHF 4. — an.
Um wie viel Prozent wurde der Preis reduziert?
Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.

Nicht reduzierter Preis von drei Packungen (in CHF): 5.70
Preisreduktion (in CHF): 1.70
Preisreduktion (in %): $\frac{1.70}{5.70} \cdot 100 \approx \underline{\underline{29.825}}$

Korrekte Preisreduktion (in %): **1 P**

Lösung 6c)	29.825 %

6d) Das nebenstehende Bild zeigt ein Modell eines Rädli-Biskuits.
Der Kreisdurchmesser $d = 5.4$ cm, die Kreisringbreite $b = 1.9$ cm und die Höhe $h = 0.3$ cm sind gegeben. Berechnen Sie das Volumen des Modells eines Rädli-Biskuits.
Geben Sie das Resultat als Dezimalzahl mit drei Nachkommastellen an.



Grundfläche (in cm^2): $G = \pi\left(\frac{d}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{d-2b}{2}\right)^2 = \pi\left(\frac{5.4}{2}\right)^2 - \pi\left(\frac{1.6}{2}\right)^2 \approx 20.892$
Gesuchtes Volumen (in cm^3): $V = G \cdot h \approx 20.892 \cdot 0.3 = \underline{\underline{6.267}}$

Korrekte Strategie: **1 P**
Korrekte Grundfläche: **1.5 P** (insgesamt)
Korrektes Volumen: **2 P** (insgesamt)

Lösung 6d)	$6.267\ \mathrm{cm}^3$
Erreichte Punkte Aufgabe 6:	